

De propositielogica

Huub de Beer

Eindhoven, 4 juni 2011

Zoekopdrachten zijn Booleaanse expressies

pinguin (antarctica OR zuidpool)
-noordpool

- ▶ zoekopdrachten zijn zogenaamde **Booleaanse expressies**
- ▶ hier staat: zoek alle webpagina's
 - ▶ waarop het woord “pinguin” voorkomt
 - ▶ én het woord “antarctica” óf het woord “zuidpool” voorkomt
 - ▶ én niet het woord “noordpool” voorkomt
- ▶ én (\wedge), óf (\vee) en niet (\neg) zijn de Booleaanse of *logische* operatoren
- ▶ “webpagina waarop het woord *zoekterm* voorkomt” noemen we een *propositie*

Proposities

- ▶ een *propositie* is een uitspraak die óf **waar** óf **onwaar** is, voorbeelden:
 - ▶ het woord “pinguin” komt op de webpagina voor
 - ▶ de tafel is groen
 - ▶ een dag telt 27 uren
 - ▶ ...
- ▶ proposities zijn vaak lang: we introduceren afkortingen **P** , **Q** , **R** , ..., voorbeelden:
 - ▶ **P** = het woord “pinguin” komt op de webpagina voor
 - ▶ **Q** = de tafel is groen
 - ▶ **R** = een dag telt 27 uren
 - ▶ ...
- ▶ we kunnen deze afkortingen gebruiken in logische expressies
- ▶ het geheel van “rekenen” met deze proposities en logische expressies noemen we de *propositielogica*

De negatie

De negatie

$$\neg P$$

We zeggen: niet P .

De negatie van P is **waar** als P **onwaar** is en andersom. In een waarheidstabel:

P	$\neg P$
onwaar	waar
waar	onwaar

Vertaling naar een zoekopdracht met P = “webpagina bevat het woord “pinguin”” \rightarrow \neg pinguin

De conjunctie

De conjunctie

$$P \wedge Q$$

We zeggen: P en Q .

De conjunctie van P en Q is **waar** als zowel P én Q **waar** zijn. In elk ander geval is deze expressie **onwaar**. In een waarheidstabel:

P	Q	$P \wedge Q$
onwaar	onwaar	onwaar
onwaar	waar	onwaar
waar	onwaar	onwaar
waar	waar	waar

Vertaling naar een zoekopdracht met P = “webpagina bevat het woord “pinguin”” en Q = “webpagina bevat het woord “antarctica””: \rightarrow pinguin antarctica

De disjunctie

De disjunctie

$$P \vee Q$$

We zeggen: P of Q .

De disjunctie van P en Q is waar als P óf Q óf zowel P en Q waar zijn. In een waarheidstabel:

P	Q	$P \vee Q$
onwaar	onwaar	onwaar
onwaar	waar	waar
waar	onwaar	waar
waar	waar	waar

Vertaling naar een zoekopdracht met P = “webpagina bevat het woord “accu”” en Q = “webpagina bevat het woord “batterij””: \rightarrow accu OR batterij

Complexe Booleaanse expressies

- ▶ Knoop proposities met \wedge en \vee aan elkaar, eventueel voorafgegaan door \neg
- ▶ haakjes zijn soms *verplicht*: $P \wedge Q \vee R$
- ▶ vergelijk:
 - ▶ $P \wedge (Q \vee R)$
 - ▶ $(P \wedge Q) \vee R$
- ▶ voorbeeld: $P \wedge (Q \wedge \neg(P \vee Q))$
- ▶ te abstract? vul voor de proposities echte uitspraken in, bijvoorbeeld zoekopdrachten

Waarheidstabel

P	Q	$\neg Q$	$P \wedge \neg Q$
onwaar	onwaar	waar	onwaar
onwaar	waar	onwaar	onwaar
waar	onwaar	waar	waar
waar	waar	onwaar	onwaar

- ▶ alle combinaties van waarden van de proposities, een combinatie per rij
- ▶ dubbele streep gevolgd door de waarden van alle subexpressies
- ▶ dubbele streep gevolgd door de waarde van de hele expressie
- ▶ met pen en papier? vervang **waar** door 1 en **onwaar** door 0