

Lessenserie stijgsnelheid van water in glazen: projectoverzicht

Huub de Beer

Eindhoven, 16 april 2012

versie 1

1 Inleiding

Hieronder volgt een beknopt eerste opzet voor het project om een lessenserie voor de bovenbouw basisschool te ontwikkelen over het onderwerp snelheden. Het probleemdomen is het vullen van glazen en flessen met water. Bij het vullen van een glas met water stijgt het waterpeil naarmate het volume van het water in het glas groeit. De stijgingssnelheid kunnen we aangeven met de eenheid millimeter per centiliter (mm/cl). Leerlingen weten, zien en ervaren dat het water in het ene glas sneller stijgt of dat het water onder in een glas sneller stijgt dan in het bovenste gedeelte. Snelheid en snelheidsverandering herkennen, is echter heel iets anders dan de snelheid op een moment te kunnen bepalen en uit te drukken in een getal.

Doel van deze lessenserie is leerlingen deze zogenaamde momentane snelheid te bepalen en, belangrijker, te begrijpen. In grote lijnen is de lessenserie al opgezet (zie paragraaf 4) om leerlingen van een intuïtief begrip van snelheid te brengen naar een meer wiskundig begrip van snelheid. Hierbij wordt intensief gebruik gemaakt van speciaal ontwikkelde en passende software en grafieken. Uiteindelijk zijn leerlingen in staat om het vullen van een glas met water te beschrijven met een snelheidsgrafiek.

Doel van dit ontwikkel- en onderzoeksproject is het in detail uitwerken van de grove opzet van de lessenserie, het uitvoeren van de lessenserie en het onderzoeken in hoeverre en hoe de klas en leerlingen begrip van het concept snelheid ontwikkelen. Voordat we de grove opzet van de lessenserie bespreken, volgt eerst een voorlopige ruime planning (paragraaf 2) en enkele opmerkingen over het onderzoek en welke gegevens verzameld gaan worden (paragraaf 3).

2 Planning

Doel van het project is het ontwikkelen van lesmateriaal om het concept snelheid te onderwijzen in de bovenbouw van de basisschool. Doel van het onderzoek is het beantwoorden van de vraag hoe en in hoeverre het lesmateriaal de leerlingen in staat stelt om zich het concept snelheid eigen te maken. Het project van het ontwikkelen van het lesmateriaal en het onderzoeken van de werking van dat materiaal delen we op in vier opeenvolgende fasen:

1. voorbereiding,
2. lessen in de klas,
3. onderwijsexperiment met enkele leerlingen en
4. de afronding.

De voorlopige tijdsbesteding en planning van de vier fasen wordt in de volgende vier deelparagrafen besproken.

2.1 Voorbereiding

In de eerste fase van voorbereiding ontwikkelen onderzoeker en docent gezamenlijk de lessenserie door de algemene opzet van de lessenserie (zie paragraaf 4) verder en in detail in te vullen. Op basis van de ervaring en kennis van de docent kunnen we ons mogelijke leerpaden van de klas inbeelden en daarbij geschikte activiteiten bedenken, discussieonderwerpen selecteren en een daarbij passende klascultuur proberen vorm te geven in de lessenserie.

Tijdens de voorbereiding worden er ook afspraken gemaakt: de planning wordt verder ingevuld, datums afgesproken en andere organisatorische zaken besproken.

De voorlopige planning van de voorbereidingsfase ziet er als volgt uit:

taak	tijd (±)	omschrijving
kennismaking	60	een eerste kennismakingsbijeenkomst
organisatorische voorbereiding		
planning project	60	de planning invullen met datums, afspraken maken en andere organisatorische zaken regelen.
inhoudelijke voorbereiding		
ontwikkelbijeenkomst	90	bespreking en verdere invulling lessen 1 en 2
ontwikkelbijeenkomst	90	bespreking en verdere invulling lessen 3 en 4
ontwikkelbijeenkomst	90	bespreking en verdere invulling les 5

De onderzoeker werkt vervolgens de gezamenlijke ontwikkelde lessenserie verder uit in tastbaar lesmateriaal en bijbehorende software.

2.2 Lessen in de klas

De lessenserie wordt uitgevoerd in de klas. De docent en onderzoeker beschouwen elke les kort voor om het mogelijke, zoals wij ons dat van te voren inbeelden, leerproces van de klas te verduidelijken en als leidraad voor de les te gebruiken. Zodra de les begint, gaat de docent flexibel om met die leidraad: wat we van te voren ook bedenken, de daadwerkelijke les zal er altijd van afwijken. In de nabeschuiving van de les bespreken de onderzoeker en docent de les. Hoe week de les is af van onze van te voren bedachte leidraad? Wat viel ons op tijdens de les? Wat werkte er wel en wat niet? Waarom wel of niet?

Daarmee begint ook de voorbeschouwing van de volgende les. Wat betekent deze les voor de volgende les? Hoe passen we ons van te voren bedachte leerproces van de klas aan? Indien lessen op achtereenvolgende dagen gegeven worden, is het handig de voor- en nabeschuiving tegelijkertijd te doen.

Voor elke les zijn de volgende activiteiten ingepland:

taak	tijd (±)	omschrijving
voorbeschouwing	30	mogelijk leerproces van de klas verduidelijken, nadenken over leerdoelen, activiteiten en verwachte input leerlingen.
les	45 – 90	de les bestaat uit klassikale activiteiten en discussie afgewisseld met activiteiten in tweetallen
nabeschuiving	30	evaluatie, terugkoppeling op de voorbeschouwing en eerdere lessen, gevolgen voor komende lessen, aandachtspunten

Er zijn voornamelijk vijf klassikale lessen voorzien.

2.3 Onderwijsexperimenten

Om beter te begrijpen hoe leerlingen over het concept snelheid zijn gaan redeneren en te onderzoeken in hoeverre hun begrip overdraagbaar is naar andere contexten voert de onderzoeker een zogenaamd onderwijsexperiment uit met tweetallen leerlingen. In deze onderwijsexperimenten krijgen de leerlingen activiteiten voorgeschoteld zoals in de lessen terwijl tegelijkertijd de onderzoeker de leerlingen ondervraagt over hun ideeën en redeneringen. De onderwijsexperimenten maken het mogelijk om in detail enkele aspecten van het begrip dat leerlingen over snelheid hebben, te bekijken. Na afloop van de klassikale lessen stelt de onderzoeker vast welke aspecten hij van het begrip dat leerlingen hebben over snelheid nader wil bestuderen. Hierna kan samen met de docent een passend onderwijsexperiment opgezet worden.

Mogelijke planning voor de onderwijsexperimenten:

taak	tijd (±)	omschrijving
voorbereiding		
planning en invulling	60	De onderwijsexperimenten plannen en inhoudelijk in meer detail voorbereiden.
per experiment		
experiment	45	uitvoering experiment met een tweetal leerlingen (onderzoeker)

2.4 Afronding

Het project wordt afgerond. Deze afronding bestaat uit een evalueatie van het gehele project. Tot slot worden enkele losse eindjes aan elkaar geknoopt.

Na enkele maanden zal een nieuwe versie van het lesmateriaal aan de docent worden aangeboden. Na analyse van de verzamelde gegevens en reflectie op het project herverbetert de onderzoeker het lesmateriaal tot een nieuwe versie. De docent ontvangt deze nieuwe versie in de loop van het volgende schooljaar.

taak	tijd (±)	omschrijving
eindevaluatie	90	evaluatie, verbeterpunten en reflectie
afronding	60	bedanken en andere losse eindjes
vernieuwde versie	-	aanbieding van het vernieuwde versie van het lesmateriaal

3 Onderzoek

Het lesmateriaal over het vullen van glazen met water is bedoeld om leerlingen in de bovenbouw van de basisschool het onderwerp "snelheden" te onderwijzen. Door het lesmateriaal ook daadwerkelijk in een klas te onderwijzen, leren we niet alleen of het 'werkt', maar ook in hoeverre het 'werkt' en bovenal hoe de klas met behulp van dit lesmateriaal kennis over snelheden ontwikkelt. Het onderzoek richt zich op het beantwoorden van de volgende vragen:

1. hoe ontwikkelt de klas met behulp van dit lesmateriaal een dieper begrip van snelheid?
2. hoe zijn de leerlingen over het concept snelheid gaan redeneren?
3. is het door leerlingen ontwikkelde begrip van het concept snelheid overdraagbaar naar andere domeinen?

Om deze vragen te beantwoorden worden de volgende gegevens verzameld en geanalyseerd:

fase	onderzoeksgegevens
voorbereiding	video ontwikkelbijeenkomsten
les	video voor- en nabespreking les video les (nadrukkelijk klassediscussies en activiteiten) video groepsopdracht (les 5) een/twee groepen producten van de leerlingen
onderwijsexperiment	video experiment producten van de leerlingen
afronding	video evaluatie

Tijdens de lessen ligt de nadruk op het verzamelen van gegevens over de klas als geheel. De gegevens geven inzicht in hoe het begrip van het concept snelheid zich in de klas ontwikkelt. Om de analyse van de verzamelde gegevens over de klas te verdiepen en om het begrip van leerlingen in meer detail te onderzoeken, voeren we een onderwijsexperiment uit.

De video's van de voor- en nabesprekingen en de evaluatie helpen om het leerproces beter in kaart te brengen en verbeteringen in het lesmateriaal door te voeren. Evenzo zijn de video's van de ontwikkelbijeenkomsten meer bedoeld om het ontwikkelen van het lesmateriaal te documenteren.

4 Lessen

De lessenserie bestaat uit een aantal opeenvolgende lessen. Elke les bestaat uit een aantal opeenvolgende activiteiten. Er zijn activiteiten voor de gehele klas, activiteiten voor een grotere groep leerlingen en activiteiten voor tweetallen. De opzet van een les geven we schematisch weer. Naast pijlen worden de volgende symbolen gebruikt in de lesschema's:

symbool	deelnemers	beschrijving
	hele klas	Tijdens activiteiten voor de hele klas discussiëren leerlingen gestuurd door de docent over een onderwerp of activiteit.
	groep	De leerlingen werken in grotere groepen aan de activiteit.
	tweetallen	De leerlingen werken in tweetallen aan de activiteit. Bij een daarbij passende klascultuur kunnen deze opdrachten ook individueel uitgevoerd worden

De klassikale activiteiten zijn belangrijk. Tijdens klassikale discussies communiceren leerlingen hun ideeën en redeneringen met elkaar. In de klas ontstaat een gedeeld begrip over het concept snelheid.

De klassikale activiteiten worden afgewisseld met activiteiten waarin leerlingen in tweetallen het probleemgebied van het vullen van glazen met water onderzoeken. Tijdens deze activiteiten is ruimte voor verkenning, uitproberen en nadenken over glazen, grafieken en snelheid. Deze activiteiten stellen de leerlingen in staat om hun eigen ideeën te controleren en aan te passen. De computersoftware geeft de leerlingen feedback zodanig dat ze zelf kunnen bepalen in hoeverre hun antwoorden juist zijn. Dit stelt de leerlingen ook in staat om te onderzoeken waarom hun antwoorden (on)juist zijn zonder dat ze afgerekend worden op hun resultaten.

Hieronder volgen de opzetten van vijf opeenvolgende lessen in de lessenserie over het vullen van glazen met water. Daarnaast is een opzet van een zesde "les" toegevoegd als opzet van het onderwijsexperiment na de lessenserie. De lesopzetten en beschrijvingen worden steeds beknopter omdat elke volgende les voortbouwt op de vorige. Het gedetailleerd ontwikkelen van de lessen is onderdeel van het project en zal ook de lesopbouw beïnvloeden.

4.1 Introductie: vullen van glazen in termen van volume en waterhoogte

In Figuur 1 is de opzet van de introductieles weergegeven. Het doel van de les is tweeledig:

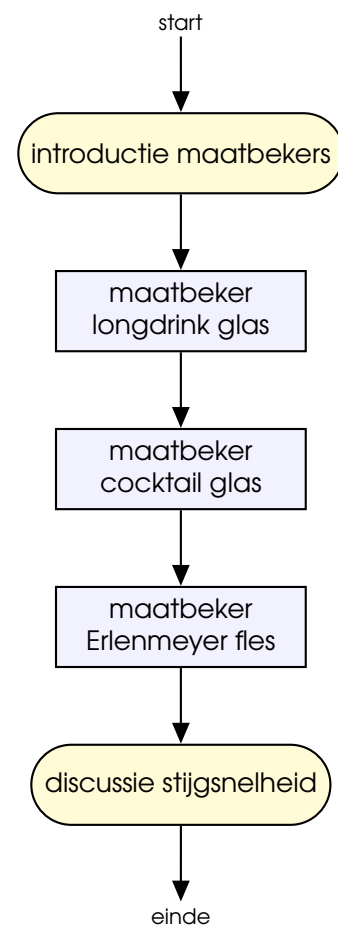
1. de leerlingen laten kennismaken met het domein van het vullen van glazen en flessen met water in termen van de grootheden volume en hoogte van het water.
2. een eerste discussie over de snelheid waarmee het water stijgt.

In een maatbeker worden het volume en de daarbij behorende waterhoogte overzichtelijk weergegeven. Door zelf maatbekers te maken van een drietal verschillende glazen gaan de leerlingen deze twee grootheden met elkaar coördineren.

Het maken van een maatbeker gaat met behulp van het computerprogramma FlessenVuller als volgt:

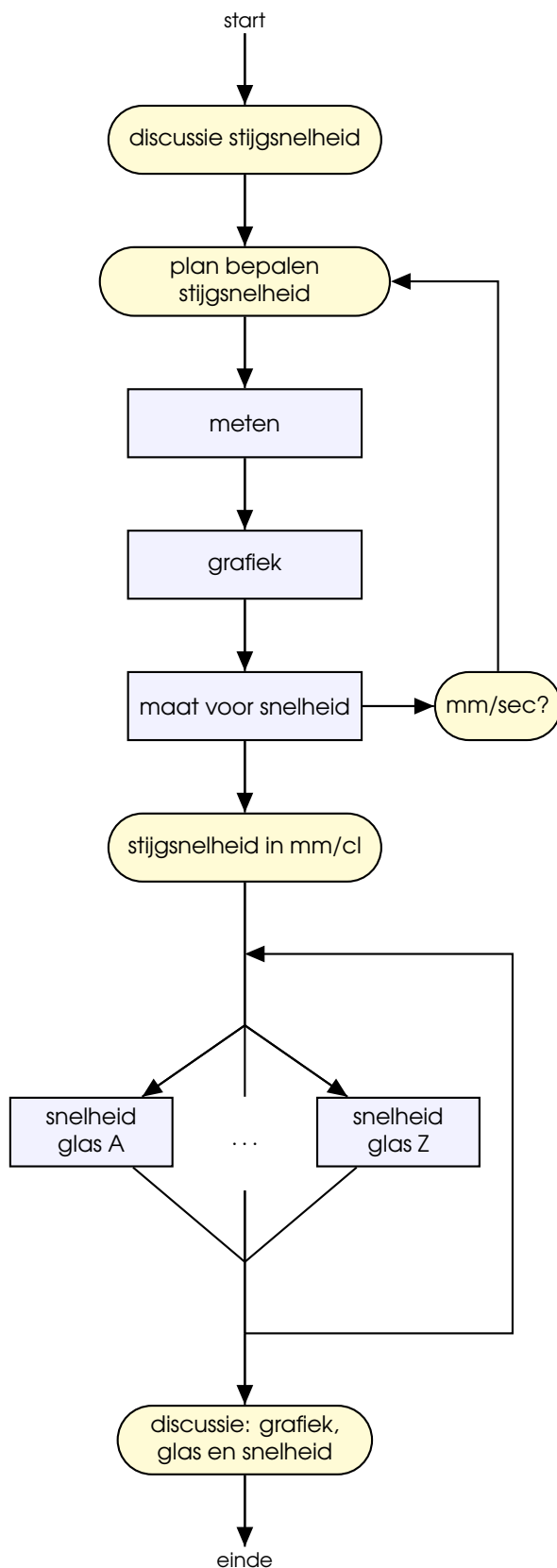
1. de leerling krijgt een glas of fles voorgeschoteld samen met een aantal maatstreepjes; de leerling moet de maatstreepjes op de juiste hoogte op het glas plaatsen. De leerling kan het glas nog niet vullen.
2. de leerling controleert zijn of haar werk door nu de zojuist gemaakte maatbeker te vullen met behulp van het computerprogramma.
3. voldoet de oplossing? Zo nee, waarom niet; wat is er mis?
4. Wil de leerling maatbeker verbeteren? Zo ja, ga terug naar stap 1; anders einde opdracht.

Het maken van een maatbeker van een longdrink glas is eenvoudig voor de leerlingen: deze opdracht is vergelijkbaar met andere opdeelopdrachten zoals het verdelen van een pizza onder vrienden. Het



Figuur 1: Les 1: Introductie van maatbekers en snelheid

maken van een maatbeker van het cocktail glas en de Erlenmeyer is moeilijk. Sommige leerlingen zullen de oplossingsstrategie van het longdrink glas toepassen op het cocktail glas. Het resultaat: een onjuiste maatbeker.



Figuur 2: Les 2: Stijgsnelheid van longdrink glazen

Merk op dat het maken van een perfecte maatbeker voor het cocktail glas moeilijk is en bij de Erlenmeyer welhaast onmogelijk. Het maken van een perfecte maatbeker is echter niet nodig, het gaat er om dat de leerlingen na denken over de relatie tussen de vorm van het glas, het volume dat er in past en de daarbij horende hoogte.

Tijdens het controleren van de maatbekers zien de leerlingen de glazen en flessen gevuld worden. Bij het longdrink glas stijgt het water duidelijk met een constante snelheid, maar bij de andere twee glazen is dat niet het geval. In welk glas stijgt het water het snelst? Waar in welk glas stijgt het water het langzaamst? Hoe snel stijgt het water daar dan eigenlijk? Hoe geven we deze snelheid weer?

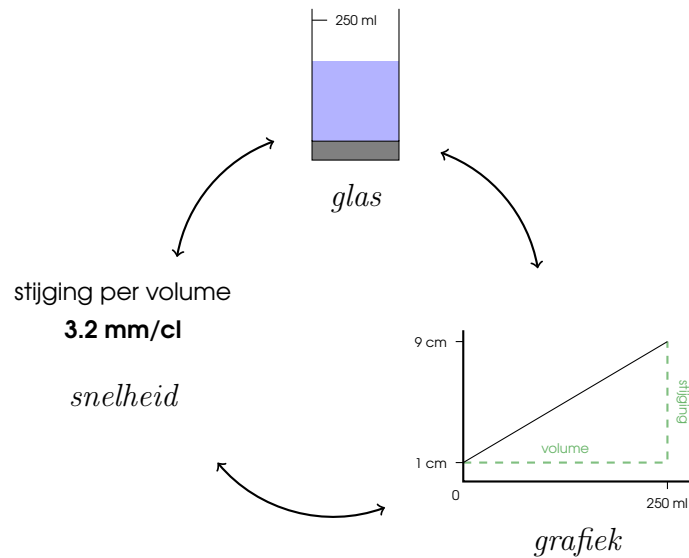
Deze eerste klassediscussie over de stijgsnelheid van het water in het glas kan gezien worden als een nulmeting van het begrip dat de klas heeft van het concept stijgsnelheid.

4.2 Stijgsnelheid in longdrink glazen

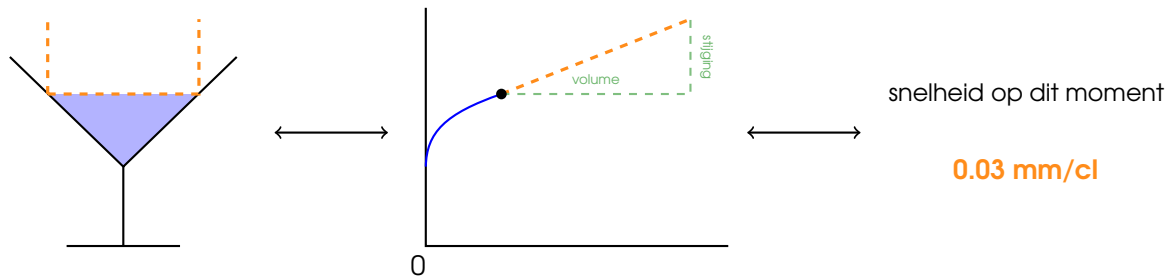
In de eerste discussie over stijgsnelheid in de introductieles is het concept snelheid geproblematiseerd. Hoe snel stijgt het water? De klas komt tot een plan om de snelheid te bepalen: er moet aan de situatie gemeten worden. Deze meetgegevens kunnen in een grafiek geplaatst. Zo'n grafiek is een rechte lijn en vanuit die grafiek kan dan de snelheid bepaald worden. In Figuur 3 worden de drie representaties van het vullen van het glas weergegeven. In principe kan van elke representatie de andere representaties gevonden worden.

Het doel van deze les (zie Figuur 2) is dat leerlingen een relatie tussen stijgsnelheid, de vorm van het glas (breedte) en de grafiek opbouwen. Stijgsnelheid wordt een kwantificeerbaar begrip en leerlingen identificeren een snelheid met een glas en een grafiek en vice versa.

Merk op dat we toe willen naar een maat voor snelheid met de grootte millimeter per centiliter. De gebruikelijke snelheidsmaat millimeter per tijd is natuurlijk ook een snelheidsmaat, maar die willen we in dit lesmateriaal niet gebruiken. Allereerst hebben leerlingen een intuïtief begrip van tijd en is het onduidelijk in hoeverre dat intuïtieve begrip leerlingen aanspoort om op een meer wetenschappelijke wijze na te denken. Daarnaast is een snelheid als zijnde een grootte die is samengesteld uit twee grootheden niet gebonden aan tijd. Om het concept snelheid beter te begrijpen is dan ook juist interessant snelheden zonder tijd te kunnen begrijpen. Tot slot is snelheid met tijd in deze situatie ongeschikt omdat de waterhoogte stijging per seconde niet alleen af-



Figuur 3: Drie representaties: maatbeker, grafiek, en snelheid



Figuur 4: Longdrink glas als maat voor de snelheid op een moment

hangt van het glas maar ook van de snelheid waarmee het water uit de kraan stroomt. Het is heel wel mogelijk om twee dezelfde glazen verschillende stijgsnelheden te laten hebben door de stroomsnelheid van het water uit de kraan te variëren.

Tijdens de eerste discussie over stijgsnelheid en het opstellen van een plan om de snelheid te bepalen, kan het voorkomen dat leerlingen enkel over snelheid in termen van tijd spreken. In dat geval lijkt het verstandig daarbij aan te sluiten en zodra er een snelheid is bepaald de problemen met deze snelheidsmaat te bespreken om vervolgens de snelheidsmaat millimeter per centiliter te introduceren.

Na bepalen van de snelheid voor de eerste keer en klassikale discussie over snelheid, krijgen de leerlingen verschillende activiteiten voorgeschoteld om van glazen snelheden te bepalen, grafieken te tekenen, snelheden uit grafieken te halen, grafieken en glazen te koppelen, enzovoorts. De relatie tussen glas, grafiek en snelheid is voor de afsluitende klassediscussie.

4.3 Stijgsnelheid in cocktail glas en Erlenmeyer

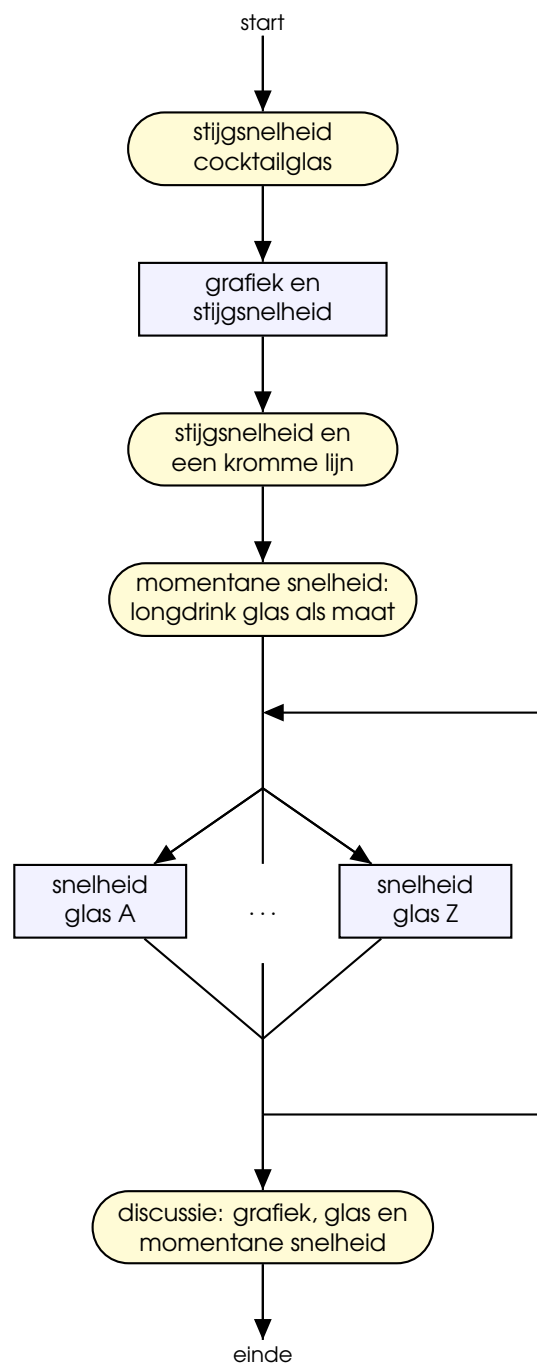
Nu leerlingen stijgsnelheid van longdrinkglazen kunnen bepalen en de relatie tussen grafiek, glas en snelheid hebben opgebouwd, is het tijd om terug te keren naar de andere twee glazen uit de introductieles: het cocktail glas en de Erlenmeyer fles. Bij het bepalen van de snelheid in het cocktail glas met de methode uit de vorige les lopen we tegen problemen aan. De grafiek is geen rechte lijn!

Wat is de stijgsnelheid in het cocktail glas? Is het overal hetzelfde? Hoe snel stijgt het water als het halfvol is? En in het begin of aan het einde? De stijgsnelheid verschilt duidelijk tussen het begin en het einde van het glas, snelheid is blijkbaar niet constant. We hebben te maken met snelheid op een moment. Maar hoe bepalen we dat?

Als we naar een gedeeltelijk gevuld glas kijken (zie Figuur 4), naar het moment dat het glas zover gevuld is, kunnen we indenken dat het glas doorgaat als ware het een longdrink glas van gelijke breedte. We plaatsen dat longdrink glas over het bestaande glas. Van dit longdrink glas kunnen we wel de snelheid bepalen (vorige les). Natuurlijk loopt het cocktail glas niet vol zoals een longdrink glas en als er weer wat water bij is gekomen, past er een ander longdrink glas op dat de snelheid op dat nieuwe moment aangeeft. Het longdrink glas wordt dus een maat voor de momentane snelheid in het cocktail glas (of elk willekeurig glas).

In de grafiek van het cocktail glas kunnen we een grafiek van een longdrink glas bedenken. Zo kunnen we de momentane snelheid ook in een grafiek weergeven en bepalen. Leerlingen kunnen nu vragen gaan beantwoorden als: waar het water het snelst stijgt en hoe snel dat is, welk glas stijgt het water het snelst geef dat aan met grafieken, hoe snel stijgt het water als het halverwege het glas is, enzovoorts. Langzaamaan kunnen leerlingen de momentane snelheid bepalen in een grafiek zonder daarbij expliciet een longdrink glas te tekenen.

De les (Figuur 5) eindigt weer met een discussie over glazen, grafieken en snelheid, met name de momentane snelheid.

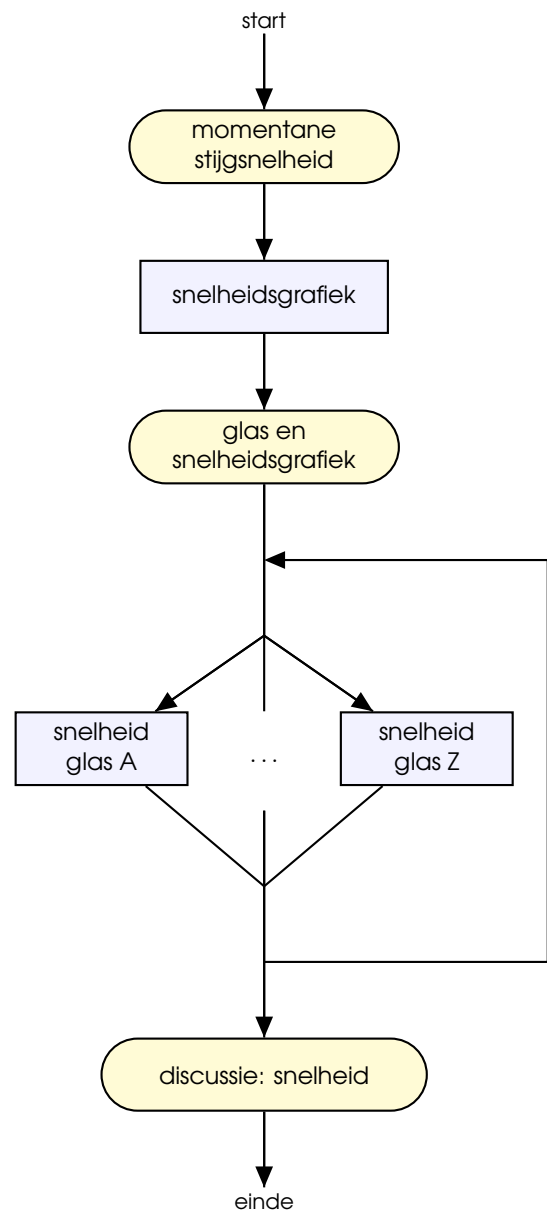


Figuur 5: Les 3: Snelheid op een moment

4.4 Snelheidsgrafiek

De snelheid op een moment kan gemeten worden met behulp van een longdrink glas. Dan weten we de stijgsnelheid op enkele momenten, maar kunnen we ook iets zeggen van de stijgsnelheid gedurende het hele vullen van het glas? En hoe? We tekenen een snelheidsgrafiek!

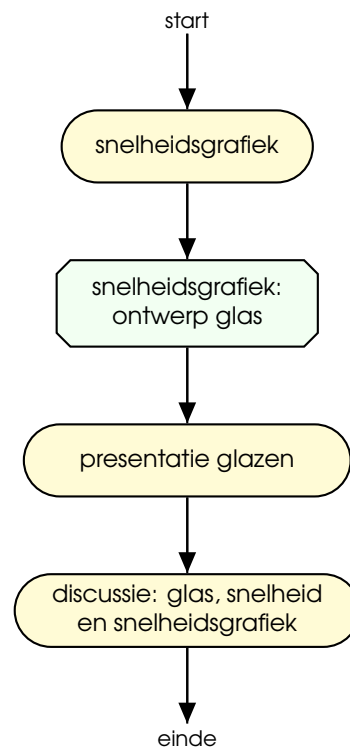
Na enkele oefeningen met snelheidsgrafieken volgt een klassesdiscussie over snelheid (Figuur 6): wat is dat nu eigenlijk? Leerlingen zijn begonnen momentane snelheid te zien als een grootte en beschrijven snelheid in termen van eigenschappen van grafieken, glazen en deze grootte.



Figuur 6: Les 4: Snelheidsgrafieken

4.5 Ontwerp een glas gegeven een snelheidsgrafiek

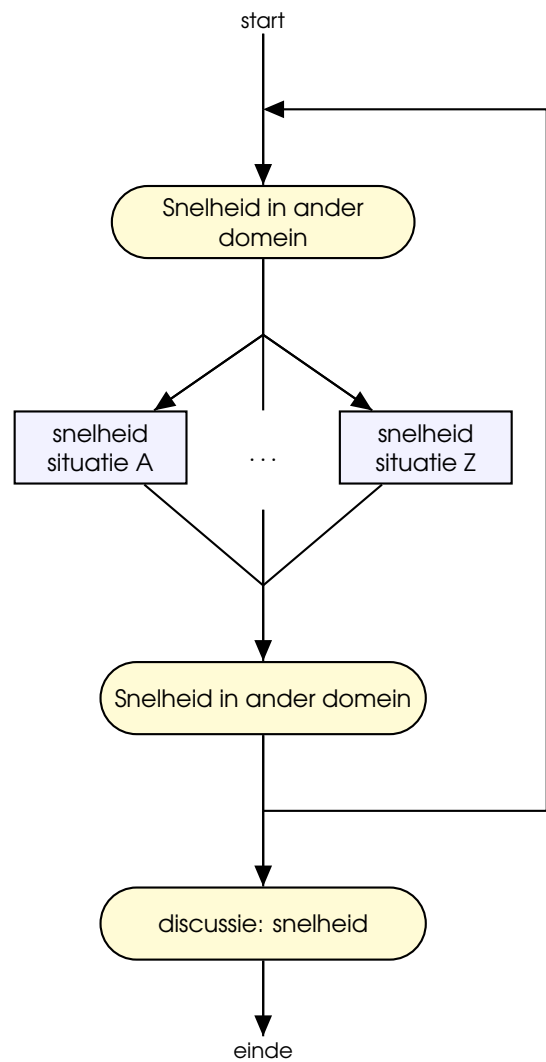
De laatste les (Figuur 7) uit de lessenserie is een onderzoeksoopdracht voor groepen leerlingen. Gegeven een snelheidsgrafiek, ontwerp het bijpassende glas. In deze activiteit kunnen leerlingen een glas ontwerpen en een grafiek van de waterhoogte en volume tekenen, maar niet het glas laten vollopen. De leerlingen presenteren en beargumenteren hun ontwerpen klassikaal om vervolgens de glazen te vullen om te kijken in hoeverre hun ontwerp klopt. Dit mondt uit in een klassediscussie over snelheid, glazen en grafieken.



Figuur 7: Les 5: Gegeven een snelheidsgrafiek, ontwerp een passend glas

4.6 Onderwijsexperiment: Snelheid in andere domeinen

De leerlingen worden uitgenodigd om over snelheid in andere domeinen na te denken met behulp van enkele activiteiten. Aan de ene kant levert dit waardevolle informatie op over in hoeverre het begrip van leerlingen over snelheid overdraagbaar is naar andere domeinen waar snelheid een rol speelt. Aan de andere kant maakt dit het mogelijk om over alle aspecten van snelheid te spreken in een voldoende nieuwe situatie dat automatismen en vage concepties opgedaan tijdens de lessen tot uiting komen en er een gesprek kan ontstaan over het concept snelheid en grafieken. Dat levert weer stof op om in meer detail te onderzoeken hoe het begrip van leerlingen over het concept van snelheid zich ontwikkelt gedurende de lessen.



Figuur 8: Onderwijsexperiment: Snelheid in andere domeinen